

## PSICOMETRIA 6 maggio 2006 - ESAME COMPLETO ore 11.00

**N.B. Quelle che seguono non solo LA SOLUZIONE, ma i ragionamenti e le indicazioni per risolvere l'esercizio.** Le indicazioni riguardano il compito delle ore 11, ma salvo il riferimento a numeri e/o variabili diverse, il procedimento è identico.

### REGRESSIONE E MODELLI CAUSALI

La matrice che segue rappresenta le correlazioni fra 7 variabili (chiamate A, B, C, D, E, F, G)

1.00						
.128	1					
.260	.600	1				
.254	.198	.410	1			
.251	.627	.644	.232	1		
.064	.322	.414	.148	.254	1	
.277	.549	.715	.372	.676	.291	1

Ipotizziamo che C spieghi E ed B e che sia E sia B spieghino A.

**R1. Disegna il grafico del modello causale;**

Il grafico del modello può essere rappresentato come un rombo con le variabile E e B che ricevono frecce da C e che mandano frecce ad A.

**R2. Scrivi le equazioni di regressione (usando direttamente la notazione Lisrel);**

Le equazioni da scrivere sono 3, una per ogni variabile che riceve almeno una freccia. Quindi due equazioni sono regressioni semplici e una equazione è una multipla con 2 indipendenti.

**R3. Calcola i parametri dell'equazione che spiega E;**

E' una regressione semplice, per cui non c'è bisogno di calcolare nulla. Viene fornita una matrice di correlazione e non è quindi possibile calcolare i parametri non standardizzati. Quello standardizzato coincide con la correlazione fra dipendente ed indipendente e si ricava dalla matrice dei dati.

**R4. Calcola la sua proporzione di varianza spiegata;**

Per lo stesso motivo precedente, basta fare il quadrato della correlazione.

**R5. Calcola i parametri dell'equazione che spiega A;**

Si tratta di una regressione multipla con 2 X. E' obbligatorio usare  $R^{-1}r$  e si trovano i due parametri standardizzati.

**R6. Calcola l' $R^2$  di questa seconda equazione;**

La formula generale dell' $R^2$  è  $\sum b_i^* r_{yi}$ , quindi basta moltiplicare ciascuno dei parametri standardizzati per la relativa correlazione e fare la sommatoria.

R7. Calcola la statistica per verificare la significatività dell'intera equazione (che spiega A), con  $N=100$ ;

Si può usare la formula compatta

$$F = \frac{R_f^2/k}{(1 - R_f^2)/(N - k - 1)}$$

dove  $R_f^2$  è il risultato della domanda precedente,  $k$  sono le variabili indipendenti (quindi 2) e  $N$  è 100.

R8. Calcola la statistica per la significatività del parametro dipendente da E nell'equazione che spiega A.

In questo caso bisogna usare la formula

$$F = \frac{(R_f^2 - R_r^2)/(d_r - d_f)}{(1 - R_f^2)/d_f}$$

dove  $R_f^2$  è il risultato della domanda R6,  $d_f = 100 - 3$  e  $d_r = 100 - 2$ . Per  $R_r^2$  bisogna considerare prima cosa succede all'equazione nel momento in cui si annulla il parametro dipendente da E. L'equazione ridotta è una regressione semplice e quindi  $R^2$  è uguale al quadrato della correlazione fra B ed A.

N.B. Considerate che i denominatori delle due formule, una volta fatte le debite sostituzioni, sono uguali!

## ANALISI FATTORIALE

Abbiamo a disposizione i dati di una ricerca sulla superstizione su 166 studenti universitari, sotto forma di una matrice di correlazione (superst.cov). Le variabili presenti nel file (in quest'ordine) sono: religion psi witch superst spirit lifeform precogn. Ipotizziamo che religion, psi, witch e superst formino una variabile latente (KSI1) e che spirit e lifeform formino un'altra variabile latente (KSI2).

**SOLO VO:** KSI1 e KSI2 spiegano precogn.

**F1 Disegna il grafico necessario per poter scrivere il programma Lisrel**

Per STP si tratta di una semplice analisi fattoriale, in cui un fattore spiega 4 variabile e il secondo ne spiega solo 2. Non sapendo nulla sui fattori chiediamo la stima delle covariate PH.

Per VO, si tratta di un modello completo, composto da modello di misura delle KSI analogo al modello fattoriale di STP, un modello di misura delle ETA in cui una latente coincide perfettamente con l'osservata precogn (quindi  $\lambda_y = 1$  e  $\varepsilon = 0$ ) e le due KSI spiegano la ETA.

**F2 Quanti sono i gradi di libertà di questo modello?**

Per STP abbiamo  $6\lambda_x$ ,  $6\delta$  e  $1\phi$  perché le varianze sono poste a 1, quindi

$$\frac{6 \times 7}{2} - 13 = 8$$

Per VO, abbiamo  $(3 + 1)\lambda_x$ ,  $6\delta$ ,  $3\phi$ ,  $0\lambda_y$ ,  $0\varepsilon$ ,  $2\gamma$ ,  $0\beta$  e  $1\psi$ , perché standardizziamo sui lambda. Quindi

$$\frac{7 \times 8}{2} - 16 = 12$$

**F3 Quante sono le equazioni di regressioni implicate da questo modello?**

Per STP, ogni variabile tipo X è oggetto di regressione, quindi 6.

Per VO, ogni X e ogni ETA è oggetto di regressione, quindi sono possibili due risposte:  $6+1=7$  se consideriamo che la Y coincide con la ETA oppure  $6+1+1=8$  se consideriamo sia la ETA che la Y con cui coincide.

**F4 Scrivi il programma Lisrel del modello.**

**F5 Prima di arrivare a questo modello, il ricercatore ne ha provato altri che hanno dato i seguenti risultati. L'ultimo è quello di questo modello; non ci sono più t o mi da togliere/aggiungere. Calcola gli AIC e i CAIC ( $\ln 166=5.11$ ).**

chi-square	df	P-value	RMSEA
101.75	17	.000	0.174
33.44	13	.001	0.098
24.35	12	.018	0.079
24.31	13	.028	0.073

Basta calcolare AIC e CAIC per i quattro modelli e si noterà che l'ultimo è il più piccolo. Quindi anche se il modello fattoriale non si adegua molto bene ai dati, è anche quello che spiega meglio.

## ANALISI FATTORIALE ESPLORATIVA

Sulle stesse variabili dell'esercizio precedente è stata effettuata un'analisi fattoriale esplorativa in cui sono stati estratti 2 fattori. Le tabelle mostrano rispettivamente gli autovalori (eigenvalue) e le saturazioni della soluzione non ruotata.

Fattore	Totale	Autovalori iniziali			Fattori	
		% di varianza	% cumulata		1	2
1	3,408	48,690	48,690	religion	,384	,732
2	1,021	14,579	63,269	psi	,766	-,303
3	,838	11,974	75,243	witch	,880	-,069
4	,755	10,781	86,024	superst	,499	,506
5	,414	5,920	91,944	spirit	,821	-,116
6	,312	4,452	96,396	lifeform	,489	-,343
7	,252	3,604	100,000	precogn	,859	,025

**E1. In base al criterio degli autovalori, quanti fattori potresti teoricamente estrarre?**

2 perché sono gli autovalori maggiori di 1.

**E2. (Solo STP) I fattori teoricamente estraibili, in base al criterio degli autovalori, quale percentuale di varianza spiegano complessivamente?**

Il 63%.

**E3. Calcola la comunalità della variabile Witch**

Poiché abbiamo una soluzione non ruotata, basta fare la somma dei quadrati delle due saturazioni di Witch.

**E4. (Solo STP) Calcola l'unicità della variabile Precogn**

Per lo stesso motivo basta ripetere il calcolo precedente per la variabile Pregogn e quindi sottrarlo a 1.

**E5. Se dovessi proporre una AF confermativa, quali item metteresti con quale fattore?**

Essendo una soluzione non ruotata, non è la soluzione migliore per proporre una confermativa. Tuttavia, osservando tutte le saturazioni e fissando un limite a circa .300, tutte le variabili appartengono al primo fattore, mentre solo religion, superst e lifeform appartengono anche al secondo.

**E6. Perché  $\mathbf{R} = \mathbf{P}\Phi\mathbf{P}'$  diventa  $\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{A}'$  in una soluzione ortogonale? (max 3 righe)**

Perché la matrice  $\Phi$  rappresenta le varianze/covarianze fra i fattori, in un'analisi fattoriale classica è standardizzata e quindi coincide con le correlazioni fra fattori, e in una soluzione ortogonale le correlazioni fra fattori sono nulle, quindi  $\Phi = I$  la matrice identità, che non incide sui risultati delle moltiplicazioni.