

**SOLUZIONI**  
**ESAME PSICOMETRIA 27 maggio 2004 - Turno A ore 10.30**

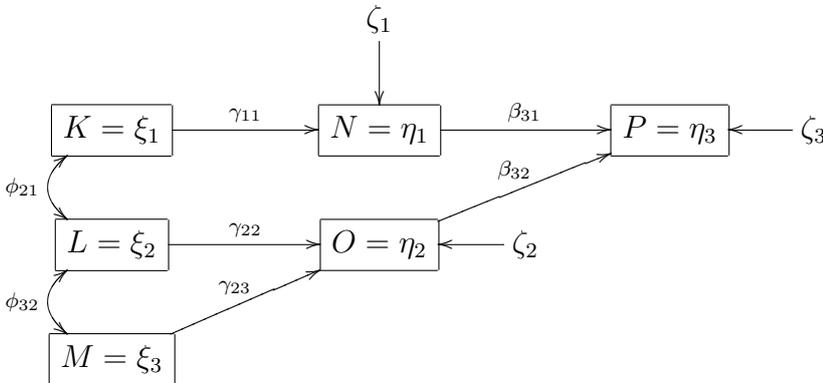
**MODELLO CAUSALE E REGRESSIONE**

Disponiamo di 6 variabili osservate (K, L, M, N, O, P) su un campione di N=200, di cui la tabella che segue mostra le correlazioni.

K spiega N; O è spiegata da L e M, mentre spiega P; P è spiegata da N e O; K non correla con M.

CORRELAZIONI						
	K	L	M	N	O	P
K	1.0					
L	.75	1.0				
M	0	.15	1.0			
N	.83	.14	.22	1.0		
O	.42	.73	.56	.17	1.0	
P	.36	.12	.73	.75	.43	1.0

M1. [4p.] Disegna il grafico del modello causale completo (considerando le osservate in ordine alfabetico, indicando a fianco del nome dell'osservata la lettera greca usata da lisrel, e indicando tutti i parametri con notazione Lisrel, compresi gli errori e le eventuali covarianze).



M2. [3p.] Scrivi tutte le equazioni di regressione (in ordine alfabetico della dipendente) implicate dal modello usando i parametri in notazione Lisrel indicati nel grafico precedente.

[Una delle due soluzioni va bene]

$$\begin{aligned}
 N &= \gamma_{11}K + \zeta_1 & \eta_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + \zeta_1 \\
 O &= \gamma_{22}L + \gamma_{23}M + \zeta_2 & \eta_2 &= \gamma_{22}\xi_2 + \gamma_{23}\xi_3 + \zeta_2 \\
 P &= \beta_{31}N + \beta_{32}O + \zeta_3 & \eta_3 &= \beta_{31}\eta_1 + \beta_{32}\eta_2 + \zeta_3
 \end{aligned}$$

M3. [2p.] Scrivi le matrici estese implicate dal modello.

$$GA = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad BE = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

$$PH = \begin{bmatrix} \phi_{11} & & \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \\ 0 & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad PS = \begin{bmatrix} \psi_{11} & & \\ & \psi_{22} & \\ 0 & & \psi_{33} \end{bmatrix}$$

M4. [1p.] Calcola i parametri standardizzati dell'equazione che spiega N.

$$\gamma_{11} = r_{KN} = .83$$

M5. [2p.] Calcola i parametri standardizzati dell'equazione che spiega O.

$$R^{-1}r = \begin{bmatrix} 1 & .15 \\ .15 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} .73 \\ .56 \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - .15^2} \begin{bmatrix} 1 & -.15 \\ -.15 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .73 \\ .56 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{.73 - .15 \times .56}{.978} \\ \frac{.56 - .15 \times .73}{.978} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .661 \\ .461 \end{bmatrix}$$

M6. [2p.] Calcola l' $R^2$  dell'equazione del punto precedente.

$$R^2 = .661 \times .73 + .461 \times .56 = .741$$

M7. [4p.] Scrivi il programma Lisrel per il modello causale in M1 [in alternativa a F3].

```

da ni=6 no=200 ma=cm
! K    L    M    N    O    P
km
1.0
.75  1.0
0    .15  1.0
.83  .14  .22  1.0
.42  .73  .56  .17  1.0
.36  .12  .73  .75  .43  1.0
se
4 5 6 1 2 3 /
mo nx=3 ny=3 ga=fu,fi be=fu,fi ph=sy,fi ps=di,fr
fr ga 1,1 ga 2,2 ga 2,3
fr be 3 1 be 3 2
fi ph 3,1
pd
ou

```

## TEORIA LISREL

T1. [2p.] Avendo ottenuto in un modello un  $\chi^2 = 19.17$   $df=20$   $p=0.51$ , come lo interpreti.

Il modello si adatta bene ai dati.

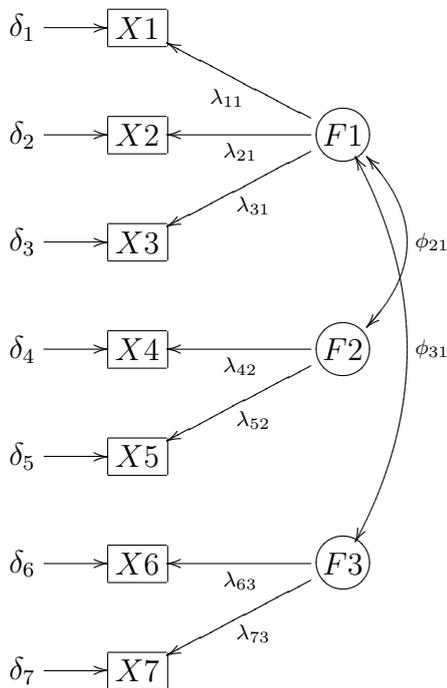
T2. [2p.] Calcola l'RMSEA usando il  $\chi^2$  precedente (N=200).

$$\sqrt{\frac{19.17 - 20}{200 \times 20}} = 0$$

## ANALISI FATTORIALE CONFERMATIVA

Disponiamo di 7 variabili osservate (da X1 a X7, N=196) che servono a misurare 3 variabili latenti (F1, F2, F3); le prime 3 misurano F1; la 4 e la 5 F2; le ultime 2 F3. Sappiamo inoltre che il secondo e il terzo fattore sono fra loro ortogonali.

F1. [4p.] Disegna il grafico del modello causale completo



F2. [2p.] Scrivi, per esteso, le matrici implicate in Lisrel

$$\begin{aligned}
 LX &= \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ \lambda_{31} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & \lambda_{52} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{63} \\ 0 & 0 & \lambda_{73} \end{bmatrix} & PH &= \begin{bmatrix} 1 & & \\ \phi_{21} & 1 & \\ \phi_{31} & 0 & 1 \end{bmatrix} & TD &= \begin{bmatrix} \theta_{11}^\delta & & & & & & \\ & \theta_{22}^\delta & & & & & \\ & & \theta_{33}^\delta & & & & \\ & & & \theta_{44}^\delta & & & \\ & & & & \theta_{55}^\delta & & \\ & & & & & \theta_{66}^\delta & \\ \underline{0} & & & & & & \theta_{77}^\delta \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

F3. [4p.] Scrivi il programma Lisrel

DA NI=7 NO=196 MA=KM  
 CM=FILE.COV  
 MO NX=7 NK=3 LX=FU,FI PH=FU,FI TD=DI,FR  
 PA LX  
 1 0 0 1 0 0 1 0 0  
 0 1 0 0 1 0  
 0 0 1 0 0 1  
 FR PH 2,1 PH 3,1  
 VA 1 PH 1,1 PH 2,2 PH 3,3

## ANALISI FATTORIALE ESPLORATIVA

E' stata effettuata un'analisi fattoriale esplorativa in cui sono stati estratti 2 fattori. Le tabelle mostrano rispettivamente gli autovalori (eigenvalue) per i primi 8 fattori estraibili e le saturazioni della soluzione non ruotata e della soluzione promax per le prime 8 variabili.

	Eigenvalue	Non ruotata		Promax			
		F1	F2	F1	F2		
<b>F1</b>	4,364	Var 1	0,185	0,526	Var 1	-0,083	0,551
<b>F2</b>	1,817	Var 2	0,303	0,229	Var 2	0,161	0,345
<b>F3</b>	1,490	Var 3	0,414	-0,019	Var 3	0,375	0,177
<b>F4</b>	1,243	Var 4	0,322	0,259	Var 4	0,164	0,379
<b>F5</b>	1,143	Var 5	0,384	-0,069	Var 5	0,372	0,118
<b>F6</b>	0,959	Var 6	0,260	0,156	Var 6	0,157	0,260
<b>F7</b>	0,868	Var 7	0,289	0,200	Var 7	0,162	0,312
<b>F8</b>	0,796	Var 8	0,601	-0,162	Var 8	0,607	0,138

E1. [1p.] In base al criterio degli autovalori, quanti fattori potresti teoricamente estrarre?

In base agli autovalori maggiori di 1, 5 fattori

E2. [1p.] Calcola la comunalità della variabile Var2

Usa la soluzione non ruotata perché è ortogonale:  $.303^2 + .229^2 = .144$

E3. [1p.] Calcola l'unicità della variabile Var3

$$1 - (.414^2 + .019^2) = .828$$

E4. [3p.] Come si semplifica l'equazione che segue e perché?

$$E(XX') = AE(FF')A' + AE(FU') + E(UF')A' + E(UU')$$

Siccome  $E(FF') = \Phi$ ,  $E(FU') = E(UF') = 0$  perché covarianze fra fattori comuni e fattori unici (errori),  $E(UU') = U^2 = \Theta_\delta$ , la formula si riduce a  $E(XX') = A\Phi A' + U^2$

**ESAME PSICOMETRIA 27 maggio 2004 - Turno B ore 14.30**

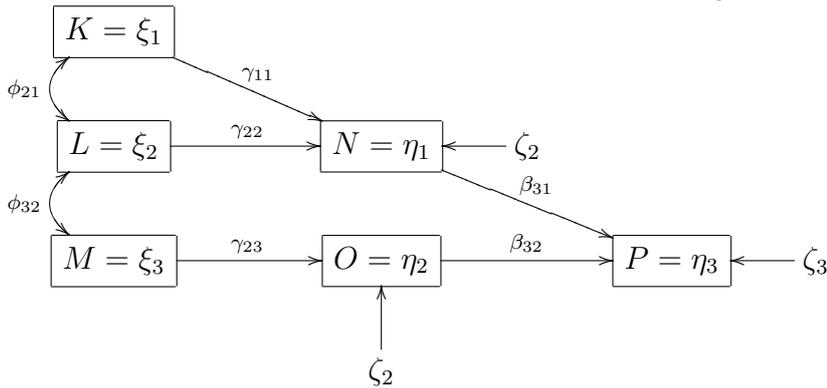
# MODELLO CAUSALE E REGRESSIONE

Disponiamo di 6 variabili osservate (K, L, M, N, O, P) su un campione di N=200, di cui la tabella che segue mostra le correlazioni.

N è spiegata da K e L; O è spiegata M, mentre spiega P; P è spiegata da N e O; K non correla con M.

CORRELAZIONI						
	K	L	M	N	O	P
K	1.0					
L	.75	1.0				
M	0	.15	1.0			
N	.83	.14	.22	1.0		
O	.42	.73	.56	.17	1.0	
P	.36	.12	.73	.75	.43	1.0

M1. [4p.] Disegna il grafico del modello causale completo (considerando le osservate in ordine alfabetico, indicando a fianco del nome dell'osservata la lettera greca usata da lisrel, e indicando tutti i parametri con notazione Lisrel, compresi gli errori e le eventuali covarianze).



M2. [3p.] Scrivi tutte le equazioni di regressione (in ordine alfabetico della dipendente) implicate dal modello usando i parametri in notazione Lisrel indicati nel grafico precedente.

[Una delle due soluzioni va bene]

$$\begin{aligned}
 N &= \gamma_{11}K + \gamma_{12}L + \zeta_1 & \eta_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + \gamma_{12}\xi_2 + \zeta_1 \\
 O &= \gamma_{23}M + \zeta_2 & \eta_2 &= \gamma_{23}\xi_3 + \zeta_2 \\
 P &= \beta_{31}N + \beta_{32}O + \zeta_3 & \eta_3 &= \beta_{31}\eta_1 + \beta_{32}\eta_2 + \zeta_3
 \end{aligned}$$

M3. [2p.] Scrivi le matrici estese implicate dal modello.

$$GA = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad BE = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

$$PH = \begin{bmatrix} \phi_{11} & & \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \\ 0 & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} \quad PS = \begin{bmatrix} \psi_{11} & & \\ & \psi_{22} & \\ 0 & & \psi_{33} \end{bmatrix}$$

M4. [1p.] Calcola i parametri standardizzati dell'equazione che spiega O.

$$\gamma_{23} = r_{OM} = .56$$

M5. [2p.] Calcola i parametri standardizzati dell'equazione che spiega N.

$$R^{-1}r = \begin{bmatrix} 1 & .75 \\ .75 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} .83 \\ .14 \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - .75^2} \begin{bmatrix} 1 & -.75 \\ -.75 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .83 \\ .14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{.83 - .75 \times .14}{.438} \\ \frac{.14 - .75 \times .83}{.438} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.655 \\ -1.102 \end{bmatrix}$$

M6. [2p.] Calcola l' $R^2$  dell'equazione del punto precedente (M5).

$$R^2 = 1.655 \times .83 - 1.102 \times .14 = 1.22$$

C'è qualcosa di sbagliato perché l' $R^2$  non può essere maggiore di 1. [La matrice dei dati non è reale e le correlazioni non sono coerenti fra di loro!]

M7. [4p.] Scrivi il programma Lisrel per il modello causale in M1 [in alternativa a F3].

```

da ni=6 no=200 ma=cm
! K    L    M    N    O    P
km
1.0
  .75  1.0
    0   .15 1.0
  .83  .14 .22 1.0
  .42  .73 .56 .17 1.0
  .36  .12 .73 .75 .43 1.0
se
4 5 6 1 2 3 /
mo nx=3 ny=3 ga=fu,fi be=fu,fi ph=sy,fi ps=di,fr
fr ga 1,1 ga 1,2 ga 2,3
fr be 3 1 be 3 2
fi ph 3,1
pd
ou

```

## TEORIA LISREL

T1. [2p.] Avendo ottenuto in un modello un  $\chi^2 = 34.17$  df=20 p=0.047, come lo interpreti.

Essendo significativo devo concludere che il modello non si adegua abbastanza ai dati osservati

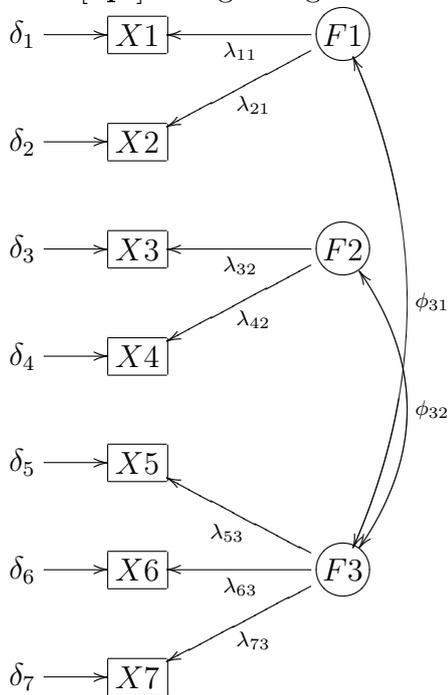
T2. [2p.] Calcola l'RMSEA usando il  $\chi^2$  precedente (N=200).

$$\sqrt{\frac{34.17 - 20}{200 \times 20}} = .060$$

## ANALISI FATTORIALE CONFERMATIVA

Disponiamo di 7 variabili osservate (da X1 a X7, N=196) che servono a misurare 3 variabili latenti (F1, F2, F3); le prime 2 misurano F1; la 3 e la 4 F2; le ultime 3 F3. Sappiamo inoltre che il primo e il secondo fattore sono fra loro ortogonali.

F1. [4p.] Disegna il grafico del modello causale completo



F2. [2p.] Scrivi, per esteso, le matrici implicate in Lisrel

$$LX = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} \\ 0 & 0 & \lambda_{63} \\ 0 & 0 & \lambda_{73} \end{bmatrix} \quad PH = \begin{bmatrix} 1 & & \\ \phi_{31} & 1 & \\ & \phi_{32} & 1 \end{bmatrix} \quad TD = \begin{bmatrix} \theta_{11}^\delta & & & & & & \\ & \theta_{22}^\delta & & & & & \\ & & \theta_{33}^\delta & & & & \\ & & & \theta_{44}^\delta & & & \\ & & & & \theta_{55}^\delta & & \\ & & & & & \theta_{66}^\delta & \\ 0 & & & & & & \theta_{77}^\delta \end{bmatrix}$$

F3. [4p.] Scrivi il programma Lisrel

```

DA NI=7 NO=196 MA=KM
CM=FILE.COV
MO NX=7 NK=3 LX=FU,FI PH=FU,FI TD=DI,FR
PA LX
1 0 0 1 0 0
0 1 0 0 1 0
0 0 1 0 0 1 0 0 1
FR PH 3,1 ph 3,2
VA 1 PH 1,1 PH 2,2 PH 3,3
PD; OU

```

## ANALISI FATTORIALE ESPLORATIVA

E' stata effettuata un'analisi fattoriale esplorativa in cui sono stati estratti 2 fattori. Le tabelle mostrano rispettivamente gli autovalori (eigenvalue) per i primi 8 fattori estraibili e le saturazioni della soluzione non ruotata e della soluzione promax per le prime 8 variabili.

	Eigenvalue	% var	% cum.	Non ruotata		Promax			
				F1	F2	F1	F2		
<b>F1</b>	4,364	54,6%	54,6%	Var 1	0,185	0,526	Var 1	-0,083	0,551
<b>F2</b>	1,817	22,7%	77,3%	Var 2	0,303	0,229	Var 2	0,161	0,345
<b>F3</b>	1,490	18,6%	95,9%	Var 3	0,414	-0,019	Var 3	0,375	0,177
<b>F4</b>	0,329	4,1%	100%	Var 4	0,322	0,259	Var 4	0,164	0,379
<b>F5</b>	0,000			Var 5	0,384	-0,069	Var 5	0,372	0,118
<b>F6</b>	0,000			Var 6	0,260	0,156	Var 6	0,157	0,260
<b>F7</b>	0,000			Var 7	0,289	0,200	Var 7	0,162	0,312
<b>F8</b>	0,000			Var 8	0,601	-0,162	Var 8	0,607	0,138

E1. [1p.] In base al criterio della percentuale di varianza spiegata, quanti fattori potresti teoricamente estrarre?

In base al criterio della percentuale di varianza spiegata, posso estrarre tanti fattori quanti basterebbero per il 60/75% di varianza spiegata. Quindi 2 fattori.

E2. [1p.] Calcola la comunalità della variabile Var2

Uso la soluzione non ruotata perché è ortogonale:  $.303^2 + .229^2 = .144$

E3. [1p.] Calcola l'unicità della variabile Var3

$$1 - (.414^2 + .019^2) = .828$$

E4. [3p.] Perché in una analisi fattoriale con rotazione ortogonale,  $h^2$  coincide con  $R^2$  (max 5 righe)

Perché in una soluzione ortogonale i fattori non sono fra loro correlati. In questo caso la saturazione della variabile con i fattori comuni è suddivisibile in diverse regressioni semplici e in tal caso, essendo le soluzioni fattoriali anche standardizzate, la saturazione coincide con la correlazione fra il fattore e la variabile. La comunalità, quindi, si calcola come somma dei quadrati delle saturazioni che corrispondono anche alla somma dei quadrati delle correlazioni.