

Elementi di Psicometria con Laboratorio di SPSS 1

1-Introduzione
(vers. 1.5, 13 marzo 2018)
versione per stampa

Germano Rossi¹

`germano.rossi@unimib.it`

¹Dipartimento di Psicologia, Università di Milano-Bicocca

13 marzo 2018

Perché studiare statistica?

1 Per comprendere la letteratura specializzata

Teorici

- Ci sono psicologi (i “teorici”) che studiano le “regole” con cui “funziona” la psiche dell’essere umano
- I *teorici* usano la statistica per avere una buona certezza della bontà delle regole
- La diffusione delle “regole” da parte dei *teorici* avviene tramite comunicazioni a congressi, report, articoli su riviste specializzate e libri

Tecnici

- Altri psicologi (i “tecnici”) “usano” queste regole negli ambiti più svariati
- I *tecnici* devono essere in grado di capire le regole, come e perché funzionano, quanto ci si può fidare
- I *tecnici* devono conoscere la statistica

Perché studiare statistica?

- 2 **Per comprendere la logica sottostante la ricerca in psicologia**
 - Le pubblicazioni presentano i propri risultati seguendo degli schemi (teoria, ipotesi, ricerca, risultati, conclusioni).
 - Sapere come “funziona” la ricerca ci permette di capire la “letteratura psicologica”
- 3 **Per condurre ricerche in psicologia**
 - È possibile che anche voi “possiate fare ricerca” un domani

Cos'è la statistica

- Il termine **statistica** deriva da *statista* (uomo di stato) e originariamente indicava le misurazioni dello Stato.
- Oggi indica
 - sia la **scienza della statistica**
 - sia i valori che risultano dall'applicazione di alcuni algoritmi di calcolo (che producono gli **indici statistici**)
 - sia i **metodi** e le **tecniche** per calcolarli (ovvero l'analisi dei dati)

Cos'è la statistica

La **statistica** come scienza si può suddividere in

Statistica descrittiva

- Riassume e descrive tramite numeri le caratteristiche principali di un insieme di “misurazioni” (che rappresentano “informazioni”) raccolte sulla realtà

Statistica inferenziale

- Permette di stimare la “sicurezza” di alcune statistiche calcolate su un piccolo insieme (campione) rispetto alla popolazione oppure di confrontare tra loro dei gruppi (insiemi) differenti

Cos'è la statistica

La **statistica** come scienza distingue fra

Popolazione

L'insieme di tutti gli "oggetti" che si vorrebbe studiare

vs.

Campione

L'insieme di tutti gli "oggetti" (estratto dalla popolazione) che si studiano veramente

Indice statistico

sintesi "matematica" di un certo pensiero logico che viene applicato alle informazioni (variabili) raccolte su un campione (in particolare gli indici descrittivi)

vs.

Parametro

Il corrispettivo dell'indice statistico, ma calcolato/stimato sulla popolazione

Cos'è la statistica

Statistica esplorativa

- Avendo un insieme di dati, cerca di capire quali relazioni esistano tra loro, permettendoci di pensare (ipotizzare) una teoria

Statistica confermativa

- Cerca di verificare se un ipotetico modello di relazioni fra i dati (una teoria) sia effettivamente accettabile

Statistica univariata

- Tecniche statistiche che si applicano ad una variabile per volta (tendenza centrale, variabilità. . .)

Statistica bivariata

- Tecniche che considerano due variabili congiuntamente (chi-quadro, t-test. . .)

Statistica multivariata

- Tecniche che tengono in considerazione contemporaneamente molte variabili (le vedrete il prossimo anno)

Cos'è la statistica

Le misurazioni della statistica utilizzano delle “**scale di misura**” (che affronteremo fra poco) applicate a delle variabili

la **variabile indipendente** (o sperimentale) è una variabile che lo sperimentatore tiene sotto controllo [situazione di gioia o tristezza]

la **variabile quasi-sperimentale** è una variabile simile a quella indipendente che però lo sperimentatore non può controllare [titolo di studio]

la **variabile dipendente** è la variabile che si lascia libera di variare e di cui si studiano i cambiamenti in base ai singoli valori della indipendente [empatia]

Costrutto, variabile, costante

Un **costrutto** è un concetto mentale che viene associato a qualche elemento della realtà per un qualche motivo; in un certo senso è la stessa cosa di un significato, ma un costrutto è un “significato complesso” (ad es. l'amicizia, l'aggressività)

Una **variabile** è una visione particolare, una parte, un'aspetto di un costrutto (la *variabile persone frequentate* è un'aspetto del costrutto *amicizia*); la *variabile* ha questo nome perché rappresenta qualcosa che può assumere valori diversi

- Una **costante** è qualcosa che non cambia
- La possibilità di misurare un costrutto (tramite le variabili associate a certi aspetti del costrutto) è oggetto della *teoria della misurazione*

Teoria della misurazione

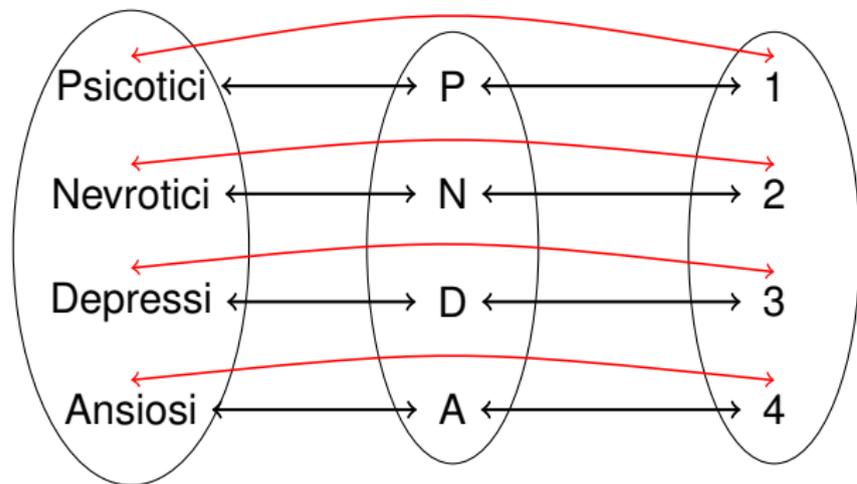
«Misurare è assegnare un modello formale ad oggetti ed eventi secondo una regola, una qualunque regola, purché sia consistente»
(Stevens)

Facciamo un esempio

- Analizzando le cartelle cliniche di 100 pazienti “psichici”, li possiamo suddividere in 4 categorie: psicotici, nevrotici, depressi, ansiosi
- Le categorie sono mutualmente escludentisi
- Rispetto alla classificazione due qualunque individui estratti sono uguali o diversi (entrambi classificati nella stessa categoria o in categorie diverse)

Teoria della misurazione

- Decidiamo di “siglare” i tipi di pazienti con la lettera iniziale della patologia: P, N, D, A
- Ma possiamo scegliere anche dei numeri: 1, 2, 3, 4



- Così come non posso fare calcoli sulle patologie, anche se le chiamo P, N, D, A **non** posso fare calcoli
- Anche se le chiamo 1, 2, 3, 4 **non** posso fare calcoli

Teoria della misurazione

«Misurare un sistema empirico equivale ad individuare un sistema numerico ad esso **omeomorfo**» (Cristante, Lis, Sambin)

- Questo significa che:
- Usare {Psicotici, Nevrotici, Depressi, Ansiosi} oppure {P, N, D, A} oppure {4, 3, 2, 1}
- è una nostra scelta
- Ma perché il sistema numerico sia **omeomorfo**, **deve mantenere le relazioni esistenti nell'insieme di partenza**
- Sul sistema numerico omeomorfo *si possono fare solo le operazioni algebriche che si potrebbero fare sul sistema empirico di partenza*

Livelli di misura

Ipotizziamo di essere al supermercato, in coda alla cassa. Davanti a noi abbiamo 3 persone e notiamo che tutte e tre hanno acquistato anche uno dei prodotti in offerta (un succo di frutta):

- a) una signora grassottella con un carrello zeppo di prodotti e 12 confezioni in offerta
- b) un signore di corporatura media con 2 confezioni
- c) un'altra signora mingherlina con 4 confezioni

Quando arrivano alla cassa, prendiamo nota di quanto spendono.

Abbiamo raccolto delle informazioni (**misurazioni**) su 3 persone (**unità statistiche** o **casi** statistici)

Sull'insieme degli individui possiamo costruire una tabella a doppia entrata: casi per variabili

Livelli di misura

Riassumiamo in una tabella alcune informazioni: le colonne contengono “variabili”; le righe, “casi statistici”; le celle contengono “valori”

Id	Sesso	corporatura	confezioni in offerta	conto
a	F	grassottella	12	180
b	M	media	2	50
c	F	mingherlina	4	40

- Il **sex** si limita a distinguere categorie fra loro diverse
- La **corporatura** oltre a distinguere le categorie, permette anche di metterle in ordine (da magro a grassottella), ma non è possibile *quantificare* la differenza fra “mingherlina” e “normale” o fra “media” e “Sesso”
- Le variabili **confezioni** e **conto** usano anche un'*unità di misura* e permettono di **quantificare** le differenze fra i diversi valori (fra 2 e 4 confezioni c'è una differenza di 2)

Livelli di misura

- I diversi modi di misurare si chiamano **livelli di misura**
- Possono essere classificati anche con altre, diverse modalità

categorie vs. punteggi

qualitative vs. quantitative

discrete vs. continue

nominali vs. ordinali vs. intervallo/rapporto

Attenzione

- Excel e SPSS possono lavorare con numeri e con stringhe (testo)
- Excel e SPSS non sanno nulla delle scale di misura
- Se sono numeri, li trattano come numeri; se sono testi, come testi

Qualitative vs. quantitative

- Un livello di misura è **qualitativo** quando tiene conto solo e soltanto di una qualche **qualità** di ciò che si sta misurando (ad. es. il colore dei capelli, la razza di appartenenza, il titolo di studio raggiunto)
- Le scale qualitative vengono anche chiamate **categoriali** perchè i loro valori sono categorie
- Un livello di misura è **quantitativo** quando è possibile usare i numeri per indicare i diversi livelli di ciò che si sta misurando (ad. l'età, l'altezza di una persona, il numero di risposte giuste ad un questionario) e il numero esprime "effettivamente" un'**unità di misura**
- Le scale quantitative utilizzano **punteggi**

Discrete vs. continue

- Un livello di misura è **continuo** quando un valore utilizzato “scivola” nell’altro, cioè quando, fra una qualunque misurazione e l’altra, vi sono infinite possibili misurazioni (ad es. l’età). Il valore che viene misurato è sempre un’*approssimazione del valore reale* (l’approssimazione dipende dalla sensibilità dello strumento di misura)



- Un livello di misura è **discreto** quando un valore utilizzato è completamente separato da qualunque altro e non vi sono valori intermedi; le variabili qualitative sono sempre discrete, mentre quelle quantitative sono discrete se non è possibile effettuare una misurazione intermedia fra due valori contigui (ad es. numero di persone che entrano in un negozio)



Nominali vs. ordinali vs. intervallo/rapporto

- È il sistema di classificazione più usato ed è stato proposto da Stevens
- Un livello di misura è **nominale** quando è soltanto possibile dare un nome (o etichetta) alle categorie di ciò che si sta misurando (ad. es. il colore dei capelli)
- Un livello di misura è **ordinale** quando è possibile ordinare i diversi livelli di categorie (ad. per il titolo di studio, la maturità è superiore alla licenza media, la laurea è superiore alla maturità, . . .) in un modo qualunque
- Un livello di misura è ad **intervallo/rapporto** quando i valori assunti dalla variabile possono essere espressi tramite numeri che fanno riferimento ad una specifica **unità di misura** (anni di studio, altezza in cm, . . .)

Scala nominale

- Sistema empirico classificatorio
- 2 elementi possono appartenere a categorie uguali (=) o diverse (\neq) (**relazione** di uguaglianza o **di equivalenza**)
- ogni elemento appartiene **ad una ed ad una sola** categoria
- le categorie possono usare qualsiasi tipo di etichetta (simboli, testo o numeri); anche se si usano i numeri, questi **non sono numeri**, ma testo (quindi 1 significa “uno”)

Esempio

Il **genere** (maschio, femmina), la **professione** (chirurgo, operaio, . . .), il **partito politico** (PDL, PD, IDV, M5S, . . .)

Scala ordinale

- Oltre alle caratteristiche precedenti (uguaglianza, disuguaglianza)
- 2 elementi diversi possono essere ordinati fra di loro, così che si può dire che uno dei due è minore dell'altro oppure è maggiore (**relazione d'ordine**)
- le categorie possono usare etichette che permettano di esprimere la relazione d'ordine (testo [a, b, c. . .] e numeri)

Esempio

Lo **status socio-economico** (povero, borghese, ricco), il **livello scolastico** (elementari, medie, superiori, laurea, dottorato), le **classi di età** (neonato, bambino, pre-adolescente, adolescente, giovane, giovane-adulto, adulto, adulto-anziano, anziano)

Scala a intervalli

- Oltre alle caratteristiche precedenti (uguaglianza, disuguaglianza, ordine)
- Fra 2 categorie esiste teoricamente un intervallo che è esprimibile come multiplo di un intervallo unitario
- All'intervallo unitario è possibile riferire qualunque intervallo fra 2 categorie
- Esiste un punto-origine relativo
- Le categorie possono usare solo etichette numeriche (valori numerici positivi e negativi)

Esempio

La **temperatura** (0 gradi, 15 gradi, 25 gradi), la maggior parte dei **test psicologici** (QI, STAI, DPI, ...)

Scala a rapporti

- Oltre alle caratteristiche precedenti (uguaglianza, disuguaglianza, ordine, intervallo unitario)
- Il punto origine è assoluto
- Le categorie possono usare solo etichette numeriche (solo valori numerici positivi)

Esempio

L'**età**, l'**altezza**, il **peso**, la maggior parte delle variabili fisiche

Riepilogo

Relazione	Scala di misura			
	Qualitative		Quantitative	
	Nominale	Ordinale	Intervallo	Rapporto
Equivalenza	$=, \neq$	$=, \neq$	$=, \neq$	$=, \neq$
Ordine		$<, >$	$<, >$	$<, >$
Intervallo			$+, -$	$+, -$
Rapporto				\times, \div

Implicazioni 1

- Ogni unità statistica può avere uno e un solo valore per ogni caratteristica misurata

Esempio

Se ho rilevato il reddito (scala a rapporti), non posso avere una persona che (contemporaneamente) guadagni sia 500 euro sia 60.000 euro l'anno

- Ogni livello di misurazione superiore include le caratteristiche di quelli inferiori
- La scala “nominale” ha il minimo di informazione
- La scala “a rapporto” ha il massimo di informazione

Implicazioni 2

- È possibile abbassare il livello di una misurazione, perdendo informazioni (ad es. da una scala a intervallo ad una ordinale)

Esempio

Posso trasformare l'età (misurata in anni dalla nascita) in una scala ordinale (fasce di età)

Implicazioni 3

- Non è possibile alzare il livello di una misurazione, perché non posso aggiungere un'informazione che non ho raccolto in precedenza

Esempio

Se ho rilevato la fascia d'età (scala ordinale), non posso passare all'età in anni (scala a rapporti)

- Se l'informazione aggiuntiva è compresa nella scala ordinale, allora posso alzare il livello

Esempio

Se ho rilevato la scolarità tramite i livelli scolastici (elementare, media inf., media superiore...), posso passare al numero di anni trascorsi a scuola (scala a rapporti, elementare=5, m.inf=8, ...)

Implicazioni

Per stabilire il livello di misurazione di una variabile devo considerare:

- la natura della variabile stessa
- il modo in cui è stata rilevata
- quali sono le relazioni valide all'interno della variabile
- **Attenzione:** il nome della variabile potrebbe non indicare la sua scala di misura (se non è un nome codificato)

Esempio

Il **reddito** è una variabile quantitativa che, in teoria, oscilla fra 0 e $+\infty$; se rilevo il valore esatto del reddito, sarà misurata a livello *rapporto* (unità di misura, origine assoluta); se rilevo delle fasce di reddito, sarà misurata a livello *ordinale* (non esiste un'unità di misura)

Variabili dicotomiche e binomiali

- Le variabili **binomiali** sono variabili che possono assumere 2 soli valori possibili (ad es. maschio/femmina, vero/falso, ...) sono variabili misurate a livello nominale e possono essere associate a simboli, testo o numeri.
- Se codifichiamo la variabile binomiale usando i valori numerici 0 o 1, diventa **dicotomica**
- In molte situazioni una variabile dicotomica si comporta matematicamente come una variabile a intervallo.

Esercizio

Descrizione variabile	N O I R
1 Genere (maschi, femmine)	
2 Anno di nascita	
3 Età	
4 Titolo di studio (licenza elementare, medie...)	
5 Anni di studio completati	
6 Tipo di mezzo di trasporto utilizzato x raggiungere il luogo di lavoro	
7 Ore passate su un mezzo di trasporto x raggiungere il luogo di lavoro	
8 Quante volte alla settimana mangi fuori casa (considerando solo i due pasti principali)	
9 Quoziente di Intelligenza	

Esercizio

	Descrizione variabile	NOIR
10	Quanto sei soddisfatto della tua vita in generale? 0) per niente; 1) poco; 2) abbastanza; 3) molto; 4) moltissimo	
11	Spesso i partiti politici vengono classificati di destra o di sinistra (e considerati come opposti) o di centro. Su una scala che va da sinistra a destra, come giudichi il tuo orientamento politico (1=sinistra – 10=destra)	
12	Su una scala da 1 a 10, quanto sei d'accordo che gli extra-comunitari vadano espulsi dal paese?	

Scale a ranghi: i numeri indicano solo un ordine, ma...

per niente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	molto probabile
------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	-----------------

Scala a ranghi

- Le scale a ranghi sono scale in cui i numeri rappresentano un ordine (I premio, II arrivato, III scelta. . .)
- Sono variabili misurate a livello ordinale (fra il I posto e il II posto c'è lo stesso intervallo che c'è fra il III e il IV?)
- Tuttavia, si è visto che se l'intervallo è abbastanza ampio (da 7 in sù) noi abbiamo la tendenza a equispaziare
- Se poi usiamo anche una rappresentazione equispaziata allora la tendenza è ancora maggiore
- Per cui vengono trattate come intervallo
- In particolare le “scale Likert” (ps. sociale)

max	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	max
disac-											ac-
cordo											cordo

Indici statistici

- Una statistica è una regola che permette di calcolare un nuovo numero, che sarà un indice caratteristico di un insieme numerico
- Avendo un insieme di dati, possiamo fare una distribuzione di frequenze, delle rappresentazioni grafiche, calcolare delle statistiche descrittive

I tipi di statistiche possibili sono:

- Statistiche della **tendenza centrale**: danno indicazioni sulla prevalenza dei dati
- Statistiche di **variabilità**: come i dati sono dispersi
- Statistiche di **posizione**: associano certi valori con la posizione che occupano nella distribuzione e viceversa
- Statistiche di **associazione**: ci informano su quanto due (o più) variabili sono collegate fra loro

L'esperimento di Sara

Sara è una dottoranda (inventata) che svolge anche le funzioni di esercitatore. Usando i suoi studenti delle esercitazioni ha fatto un piccolo esperimento su di loro.

- Prima di iscriversi alle esercitazioni tutti gli studenti hanno compilato un test di matematica
- Durante la prima lezione, Sara ha sottoposto un breve questionario con cui ha raccolto diverse variabili
- Tutte le variabili raccolte (VI) sono:
 - genere
 - laurea in corso
 - numero di corsi di matematica frequentati in passato
 - voto medio in matematica alla fine del liceo
 - punteggio al test di matematica
 - auto-valutazione della propria paura della matematica

L'esperimento di Sara

Verso la metà del semestre, Sara attua il suo esperimento

- 1 Sara insegna agli studenti a contare il battito cardiaco e la pressione
- 2 Chiede di misurare il proprio battito cardiaco e pressione (VD)
- 3 Sottopone un test di ansia di stato (VD, 10 domande)
- 4 Sara annuncia che adesso farà un compito a sorpresa
- 5 Consegna il compito (11 domande)
 - chiede di tenerlo girato
 - chiede di misurare battito cardiaco e pressione (VD)
 - chiede di compilare un'altra volta il test d'ansia (VD)
 - dà il via al compito

L'esperimento di Sara

- 6 Parte il compito (11 domande, le prime 10 valgono 1 punto, ma la 11 vale 3 punti)
- 7 Gli studenti consegnano e Sara spiega che
 - era un'esperimento (e non un vero compito)
 - la domanda 11 era diversa: per alcuni era facilissima, per altri era impossibile da rispondere (VI, 4 gradi di difficoltà)
- 8 Chiede loro di misurare di nuovo battito cardiaco e pressione (VD)
- 9 Ancora il test d'ansia (VD)

Operazioni aritmetiche

Inevitabilmente, per studiare statistica serve un certa conoscenza di matematica. Facciamo un ripasso:

<i>Operazione</i>	<i>Relativa inversa</i>
Addizione	Sottrazione
Moltiplicazione	Divisione
Potenza	Radice

Relazioni fra operazioni

- L'**addizione** equivale all'unione di due o più parti (quantità) per formare un totale ($a + b = t$)
- Gli **addendi** possono essere sommati in *qualunque ordine*
- La **sottrazione** è l'operazione inversa dell'addizione, ovvero la separazione di una parte da un totale ($t - b = a$)
- I **sottraendi** devono essere sottratti nell'*esatto ordine* indicato
- Se la quantità da sottrarre è maggiore del totale, il risultato è negativo (ad indicare una “mancanza”)

Relazioni fra operazioni

- La **moltiplicazione** è la somma di uno stesso addendo per più volte ($a + a + a = 3$ volte $a = 3 \times a = 3a$)
- I **moltiplicandi** possono essere moltiplicati in *qualsunque ordine*
- La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione
- I **dividendi** devono essere "operati" nell'*esatto ordine* indicato
- La **potenza** indica un valore moltiplicato per se stesso più volte ($3 \times 3 = 3^2 = 9$, $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$)
- La **radice quadrata** è l'operazione inversa della potenza ($\sqrt{9} = 3$, $\sqrt[4]{16} = 2$)
- Le parentesi permettono di cambiare le priorità e l'ordine delle operazioni: $2 \times 4 + 7 = (2 \times 4) + 7 \neq 2 \times (4 + 7)$

Operazioni aritmetiche

<i>Operazione</i>	<i>Simboli</i>	<i>Esempi</i>	<i>Esempi simbolici</i>
Addizione	+	$4 + 5$	$a + b$
Sottrazione	-	$4 - 5$	$a - b$
Moltiplicazione	$\times, \cdot, *$	$4 \times 5, 4 \cdot 5, 4 * 5, 4(5)$	ab
Divisione	$:\div, /, _$	$4 : 5, 4 \div 5, 4/5, \frac{4}{5}$	$a \div b, a/b, \frac{a}{b}$
Potenza	x^n con $(n \geq 1)$	$4^5, 4^2$	a^2, a^b
Radice	$\sqrt[n]{x}, x^n$ con $0 < n < 1$	$\sqrt[5]{4}, \sqrt[2]{4} = \sqrt{4} = 4 \cdot 5$	$\sqrt{a}, \sqrt[b]{a}$

Precedenze

- Simboli in parentesi (ricorsivamente)
- Moltiplicazioni e divisioni (quindi anche potenze)
- Addizioni e sottrazioni

Operazioni algebriche

- Un'**espressione algebrica** è una sequenza di simboli e/o numeri ($a + 2$)
- Un'**equazione** indica un'eguaglianza ($10 + 2 = 6 + 6$) ed è formata da due espressioni algebriche separate da un uguale
- L'equazione indica che i due "termini" o "membri" dell'espressione algebrica sono fra loro equivalenti
- Una qualunque operazione (+, -, *, :) applicata ad un'equazione, dev'essere effettuata su entrambi i membri dell'equazione ($3+10 + 2 = 3+6 + 6$) affinché si mantenga l'uguaglianza
- Se l'operazione applicata all'equazione utilizza un numero o un simbolo già presente (ma inverso), possiamo ottenere una trasposizione, dando *l'impressione che il numero sia passato da un lato all'altro* dell'=
e abbia cambiato segno ($10 + 2 - 2 = 6 + 6 - 2 \Rightarrow 10 = 6 + 6 - 2$)

Trasposizione

- Spostare un numero o un simbolo all'altro membro di un'equazione si chiama "trasposizione"
- Spostare un addendo o un sottraendo all'altro membro di un'equazione equivale a cambiargli il segno
($a + b = c \Rightarrow a + b - b = c - b \Rightarrow a = c - b$)
- Spostare un moltiplicando o un dividendo all'altro membro di un'equazione equivale a usare la funzione inversa

$$(a \cdot b = c \Rightarrow a \cdot b \cdot \frac{1}{b} = c \cdot \frac{1}{b} \Rightarrow a = \frac{c}{b})$$

Frazioni

- La somma di più frazioni è possibile se hanno lo stesso denominatore e si sommano i numeratori

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \text{SI}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{NO}$$

- Se hanno denominatori diversi, bisogna trovare un **denominatore comune**

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$

- La moltiplicazione di frazioni implica **moltiplicare sia** il numeratore **sia** il denominatore

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3}$$

Cos'è la sommatoria

- La somma di un certo numero di valori (anche diversi fra loro) è indicata con il simbolo sommatoria (\sum)
- Perciò

$$\sum_{i=1}^N X_i$$

significa “sommare tutti i valori che la variabile X può assumere iniziando con il primo valore ($i=1$) fino al valore N-esimo ($i=N$)”

$$\sum (3, 4, 5) = 12$$

Contatore	Valori	\sum
1	3	3
2	4	3 + 4
3	5	3 + 4 + 5
		12

Sommatoria

- Si possono usare anche versioni più sintetiche: $\sum X_i$ o $\sum X$ che significano la stessa cosa, in quanto si sottintendono gli indici
- Se si usano più indici ($\sum X_{ij}$) si fa riferimento a due diversi contatori (ad es. per indicare gli elementi di riga e di colonna di una tabella)
- In una tabella, il primo indice indica le righe e il secondo le colonne
- I totali rispetto ad un certo contatore si indicano con un punto ($\sum X_{.j}$, $\sum X_{i.}$ e $\sum X_{..}$)
 - $\sum X_{.j}$ -> totale di colonna
 - $\sum X_{i.}$ -> totale di riga
 - $\sum X_{..}$ -> totale generale

Sommatoria

La sommatoria può essere usata come un'altro tipo di operazione

Valori	$\sum X$	$(\sum X)^2$	$\sum X^2$
3	3	3	9
4	3 + 4	3 + 4	16
5	3 + 4 + 5	3 + 4 + 5	25
	12	$(12)^2$	50

È diverso sommare i quadrati $\sum X^2$
 o elevare a quadrato una somma $(\sum X)^2$

Sommatoria: Regole

Proprietà e regole della sommatoria (con X e Y variabili)

- 1 La sommatoria di una somma **equivale** alla somma delle sommatorie: $\sum(X + Y) = \sum X + \sum Y$
- 2 La sommatoria di una differenza **equivale** alla differenza delle sommatorie: $\sum(X - Y) = \sum X - \sum Y$
- 3 **Ma** la sommatoria di un prodotto **non equivale** al prodotto delle sommatorie: $\sum XY \neq \sum X \sum Y$
- 4 **Quindi** anche la sommatoria di una potenza **non equivale** alla potenza di una sommatoria: $\sum X^2 \neq (\sum X)^2$

Suggerimento

Potete fare delle prove a mano o in Excel seguendo gli esempi e gli esercizi del primo capitolo del testo.

Sommatoria: Regole

Proprietà e regole della sommatoria (con k =costante, X e Y variabili)

- 5 La sommatoria di una costante **equivale** a N volte la costante:

$$\sum k = Nk$$

- 6 Sommare una costante a dei valori equivale a sommare N volte la costante alla somma dei valori: $\sum (X + k) = \sum X + Nk$

- 7 Analogamente per la sottrazione: $\sum (X - k) = \sum X - Nk$

- 8 Moltiplicare una costante a dei valori equivale a moltiplicare la costante alla somma dei valori: $\sum kX = k \sum X$

Suggerimento

Potete fare delle prove direttamente in SPSS quando avrete iniziato a studiarlo.