

# Elementi di Psicometria

## 4-Misure della tendenza centrale

vers. 1.0a (5 dicembre 2011)  
versione per stampa

Germano Rossi<sup>1</sup>  
`germano.rossi@unimib.it`

<sup>1</sup>Dipartimento di Psicologia, Università di Milano-Bicocca

2011-2012

# Tendenza centrale

- La tendenza centrale è un'indicazione generica di come sta andando la distribuzione della variabile
- Ci sono diversi indici che “misurano” la tendenza centrale, alcuni poco informativi, altri molto informativi
- Livello nominale: **Moda**
- Livello ordinale: **Mediana**
- Livello intervallo/rapporto: **Media**
- Ricordiamo che ogni livello “eredita” dai livelli precedenti

# Tendenza centrale: Moda

- La **Moda** ( $Mo$ ) è la frequenza più elevata di una distribuzione
- Se c'è una sola moda, la distribuzione si dice **Unimodale**
- Se sono 2, **Bimodale**
- Se sono più di 2, **Multimodale** (ma non si utilizza)

## Esempio

$M=17$ ,  $F=13 \Rightarrow$  **Maschi** perché ha frequenza 17

Se ci sono molte categorie, oppure poche categorie tutte con frequenze simili, la moda non ha molto senso.

## Esempio

1 1 1 2 2 2 2 3 3 3       $Mo=2$  (ma non ha molto senso)

# Spss: moda

## ■ Tramite

Analizza |  
Statistiche  
descrittive |  
Frequenze...  
pulsante

Statistiche ,

possiamo far  
calcolare la moda.

## ■ poi Continua e OK

**Frequenze: Statistiche**

**Valori percentili**

☐ Quartili

☐ Punti di divisione per: 10 gruppi uguali

☐ Percentili:

Aggiungi  
Cambia  
Rimuovi

**Tendenza centrale**

☐ Media

☐ Mediana

☒ Moda

☐ Somma

☐ I valori sono punti centrali di gruppi

**Dispersione**

☐ Deviazione stand.

☐ Varianza

☐ Intervallo

☐ Minimo

☐ Massimo

☐ Errore standard della media

**Distribuzione**

☐ Asimmetria

☐ Curtosi

Continua  
Annulla  
Aiuto

Statistiche		
Genere		
→ N	Validi	30
	Mancanti	0
	Moda	1

# Tendenza centrale: Mediana

La **mediana** (Mdn) divide la distribuzione a metà (corrisponde, ma non è sempre uguale, a  $Q_2$ )

- Se  $N$  è *dispari*, la Mdn è il **valore** in **posizione** centrale, corrispondente a  $(N + 1)/2$

## Esempio

Dati grezzi	5	2	1	3	5	1	4	4	3	1	5
Ordinati	1	1	1	2	3	3	4	4	5	5	5



$$(11 + 1)/2 = 6 \Rightarrow \text{Mdn}=3$$

# Tendenza centrale: Mediana

- Se  $N$  è *pari*, la Mdn è il **valore** fra le 2 **posizioni centrali** (se esiste) cioè fra  $N/2$  e  $(N/2) + 1$
- Se i due valori sono *uguali*, quello è il valore della mediana

## Esempio

Dati grezzi	5	2	1	3	5	1	4	4	3	1	
Ordinati	1	1	1	2	3	3	4	4	5	5	$N/2 = 10/2 = 5$ e
					↑	↑					
$(N/2) + 1 = 5 + 1 = 6 \Rightarrow \text{Mdn}=3$											

# Tendenza centrale: Mediana

- Se i due valori sono *diversi*
  - se la scala è **ordinale**: entrambi costituiscono la mediana
  - se è **quantitativa**: si fa la media fra i due valori

## Esempio

Dati grezzi	5	2	1	4	5	1	4	4	3	1
Ordinati	1	1	1	2	3	4	4	4	5	5

$N/2 = 10/2 = 5$  e

$\uparrow \quad \uparrow$   
 $(N/2) + 1 = 5 + 1 = 6 \Rightarrow \text{Mdn} = 3;4 \text{ (ORD)} \Rightarrow 3,5 \text{ (I/R)}$

## Attenzione

Spss (e la maggior parte dei software statistici) fanno **sempre** la media fra i due valori!

# Tendenza centrale: Mediana

## Esercizio

- 1 Mdn (3,5,7,9,11)
- 2 Mdn (2,3,5,7,9,11,12)
- 3 Mdn (3,4,5,5,6,7)
- 4 Mdn (3,4,5,6,7,8)
- 5 Mdn (4,5,7,9,13)
- 6 Mdn (1,5,7,9,25)

## Soluzione

- 1 N=5; pos=3; Mdn=7
- 2 N=7; pos=4; Mdn=7
- 3 N=6; pos=3 e 4; Mdn=5
- 4 N=6; pos=3 e 4; Mdn=5;6 (5,5)
- 5 N=5; pos=3; Mdn=7
- 6 N=5; pos=3; Mdn=7

- Se aggiungiamo lo stesso numero di valori all'inizio e alla fine di una distribuzione, la Mdn non cambia
- Se cambiano i valori estremi della distribuzione, la Mdn non cambia



# Tendenza centrale: media

- Se 4 amici escono a mangiare la pizza e poi pagano in parti uguali... stanno usando la

**media**

- Ovvero:  
 $(18 + 16.5 + 22 + 17.5) / 4$

- Ovvero:  $18.5 * 4$

- Qualcuno paga di più e qualcuno di meno, ma, alla fine, il “di più” si annulla con il “di meno”

*pizza, bibita e dessert*

Marco	18.0
Clara	16.5
Daniela	22.0
Andrea	17.5
Totale	74.0
a testa	18.5

Marco	$18.0 - 18.5 =$	0.5
Clara	$16.5 - 18.5 =$	2.0
Daniela	$22.0 - 18.5 =$	-3.5
Andrea	$17.5 - 18.5 =$	1.0
Totale	$74.0 - 74.0 =$	0

# Tendenza centrale: Media [aritmetica]

La **media aritmetica** ( $\bar{X}$ , Md, M) è la somma ( $\sum$ ) di tutti i valori di una distribuzione, divisa per la numerosità (N)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} = \frac{\sum X}{N}$$

## Esempio

M(10, 15, 16, 18, 20, 24, 32, 35, 38, 40) = 24.8

$$\frac{10 + 15 + 16 + 18 + 20 + 24 + 32 + 35 + 38 + 40}{10} = \frac{248}{10}$$

# Uso della distribuzione di frequenza

Quando si utilizzano delle distribuzioni di frequenza, si hanno i dati in un formato leggermente diverso. Anziché:

1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 ( $\bar{X} = 1.9$ )

Possiamo usare una forma tabellare dove per ogni valore ( $x$ ) indichiamo a fianco la frequenza ( $f$ ) con cui compare:

## Esempio

x	f	fx
1	3	3
2	6	12
3	2	6
$\Sigma$	11	21

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

$$\bar{X} = \frac{21}{11} = 1.9$$

# Tendenza centrale: Media [aritmetica]

## Esercizio

1  $M(1,2,3,4,5)$

2  $M(3,4,5,6,7)$

3  $M(2,4,6,8,10)$

## Soluzione

1  $(1+2+3+4+5)/5=15/5=3$

2  $(3+4+5+6+7)/5=25/5=5$

3  $(2+4+6+8+10)/5=30/5=6$

1 i numeri da 1 a 5

2 i numeri della prima serie sommati a 2

3 i numeri della prima serie moltiplicati per 2

**Proprietà della media 1:** Aggiungendo, sottraendo, moltiplicando o dividendo una costante a tutti i dati della distribuzione, anche la media subisce la stessa trasformazione

**Proprietà della media 2:** Gli scarti dalla media sommano a 0

# Spss: media

La media viene visualizzata da Spss in molte procedure. Quelle specifiche sono:

- `Analizza | Statistiche descrittive | Frequenze...` (fra le varie statistiche che è possibile stampare vi è anche la media)
- `Analizza | Statistiche descrittive | Descrittive...` (è la procedura specifica per le statistiche descrittive)
- `Analizza | Statistiche descrittive | Esplora...` (stampa la media come una delle diverse statistiche per capire l'andamento e la distribuzione di una variabile)

# Spss: Media con Frequenze...

- Dopo aver scelto le variabili, click-are su **Statistiche...** e selezionare **Media**
- Quindi, click-are su **Continua**
- Con variabili quantitative conviene de-selezionare anche  
☒ Visualizza tabelle di frequenza
- oppure in **Formato...**  
☐ Sopprimi le tabelle con più di n categorie  
Numero massimo di categorie:
- Poi **OK**

## Tendenza centrale

- ☐ Media
- ☐ Mediana
- ☐ Moda
- ☐ Somma

# Spss: Media con Descrittive...

- Dopo aver scelto le variabili, click-are su **Opzioni...**
- Normalmente **Media** è già selezionato
- Potete ordinare i risultati in vari modi
- Poi **OK**

**Statistiche descrittive**

	N	Media
gruppo	100	,44
Antisemitismo	100	49,6300
Validi (listwise)	100	

**Descrittive: Opzioni**

☒ **Media** ☐ Somma

**Dispersione**

☒ Deviazione stand. ☒ Minimo

☐ Varianza ☒ Massimo

☐ Intervallo ☐ Errore standard della media

**Distribuzione**

☐ Curtosi ☐ Asimmetria

**Ordine di visualizzazione**

☒ Variabili nel file

☐ Alfabetico

☐ Medie crescenti

☐ Medie decrescenti

**Continua** **Annulla** **Aiuto**

# Tendenza centrale: Media con dati dicotomici

- Se una variabile è dicotomica (D) ed è stata categorizzata con 0 e 1, **la media di D equivale alla proporzione della categoria 1.**
- Infatti, possiamo pensare a  $\overline{D}$  come la somma di tutti gli 0 e la somma di tutti gli 1.

$$\overline{D} = \frac{\sum d_i}{N} = \frac{0 \cdot f_0 + 1 \cdot f_1}{N}$$

- Ma la somma degli 0 è 0 e la somma degli 1 è uguale alla frequenza degli 1.
- Quindi la media di una variabile dicotomica è  $\overline{D} = \frac{f_1}{N}$
- L'equivalenza non vale se categorizziamo con numeri diversi da 0 e 1.



# Confronto fra statistiche

- **Moda** (Nominale): è il peggior indice
- **Mediana** (Ordinale): non è per nulla sensibile ai valori estremi
- **Media** (Intervallo/Rapporto):
  - è il miglior indice di tendenza centrale
  - ma è molto sensibile ai valori estremi della distribuzione
  
- In una distribuzione simmetrica normale, *media, mediana e moda coincidono*
- Se la media è minore della mediana la distribuzione è asimmetrica a sinistra
- Se la media è maggiore della mediana, la distribuzione è asimmetrica a destra